EXERCICES

Exercice 1 : Une entreprise fait subir un test d'aptitude à des employés d'une chaîne de production de jouets. On appelle X le résultat du test et Y la production en douzaines d'unités.

Ī	X	6	9	3	8	7	5	8	10
	Y	30	49	18	42	39	25	41	52

- 1. Tracer le nuage des points dans un repère orthogonal du plan.
- 2. Calculer les différents paramètres des séries X et Y.
- 2. Calculer les coordonnées du point moyen G et placer-le sur le graphique.
- 3. Tracer la droite de régression de y en x après en avoir déterminé l'équation.
- 5. Estimer la production d'un employé obtenant 4 au test.

Exercice 2 : Un laboratoire expérimente l'action d'un fertilisant. Le tableau suivant met en relation la quantité de fertilisant (en centaines de kg) répandue et la quantité de foin (en tonne métriques) récoltée après la première coupe sur neuf sections de terrain.

quantité de fertilisant (100 kg) X	1	2	4	8	6	5	6	9	7
quantité de foin (en tonne) Y	2	3	4	7	6	5	6	7	6

- 1. Tracer le nuage des points dans un repère orthogonal du plan.
- 2. Calculer les coordonnées du point moyen G et placer-le sur le graphique.
- 3. Trouver l'équation de la droite de régression de Y par rapport à X.
- 4. Estimer la quantité de foin (en tonne) lorsque la quantité de fertilisant est de 20 kg.

Exercice 3: Le tableau suivant présente simultanément une série de budgets publicité (en millions d'euros) et le montant de ventes correspondant (en milliards).

					/			
budget publicité X	45	80	70	85	60	55	75	90
montant de ventes Y	6	7	9	9	7	8	6	12

- 1. Tracer le nuage des points dans un repère orthogonal du plan.
- 2. Calculer les coordonnées du point moyen G et placer le sur le graphique.
- 3. Trouver l'équation de la droite de régression de Y par rapport à X.
- 4. Estimer le montant des ventes lorsque le budget publicité est de 120 millions d'euros.

Exercice 4 : Une entreprise étudie l'impact de la durée de publicité par semaine sur les quantités vendues la semaine suivante.

X désigne la durée (en minutes) et Y la quantité (en milliers d'objets).

X	13,2	0	18,6	8,8	12,3	28,3	0	23,5	5,6	0
Y	2	1	3,5	0,5	2,5	4	0	5	2	2

- 1. Représenter le nuage dans un repère orthogonal du plan.
- 2. Calculer le coefficient de corrélation et déterminer l'équation de la droite d'ajustement.
- 3. Estimer alors le montant des ventes pour 20 minutes de publicité ; Peut-on encore l'estimer pour 50 min ?

Exercice 5 : Mme Poulain, esthéticienne souhaite proposer à ses client(e)s plusieurs forfaits « soins du corps » comprenant dix séances. Elle fait réaliser un sondage afin de connaître le nombre de client(e)s intéressé(e)s en fonction du montant du forfait. Les résultats sont présentés dans le tableau ci-dessous :

Montant du forfait en $\in$ : $x_1$	280	300	320	350	370	400	430	460	480	510
Nombre de client(e)s : $y_{i}$	47	44	40	38	35	28	25	22	17	14

- 1. Représenter le nuage de ces dix points associé à cette série.
- 2. Donner les coordonnées du point moyen G.
- 3. a) Tracer la droite d'ajustement de ce nuage.
- b) Déterminer l'équation de cette droite sous la forme y = ax + b.
- 4. On admet que la tendance se prolonge jusqu'à un montant du forfait égal à 600 €.

Déterminer le nombre de client(e)s intéressé(e)s par un forfait égal à 540 €.

<u>Exercice 6</u>: Une automobile hybride est un véhicule disposant de deux types de motorisation : un moteur thermique et un moteur électrique, afin de limiter la consommation de carburant.

Année

On se propose d'étudier la répartition des ventes de véhicules hybrides ces dernières années.

Une concession fait une étude statistique de ses ventes de modèles hybrides ces six dernières années.

Le directeur dispose du tableau suivant :

- 1. Placer les points de coordonnées  $(x_i\,;\,y_i)$  dans un repère orthogonal du plan.
- 2. Déduire une équation de la droite d'ajustement.

	1111100			_000	_000		
S	Rang $x_i$	1	2	3	4	5	6
	Nombre de modèles hybrides vendus $y_i$	18	32	65	84	105	123

2003 2004 2005 2006 2007 2008

- 3. On suppose que l'évolution des ventes se poursuit jusqu'en 2009. On désire utiliser l'ajustement précédent afin de prévoir les ventes en 2009. Déterminer graphiquement une estimation du nombre de véhicules vendus en 2009.
- 4. L'objectif des ventes fixé à la concession pour l'année 2009 est de 15 % d'augmentation par rapport à 2008.
- a) Calculer le nombre de véhicules qui devraient être vendus en 2009 pour atteindre cet objectif.
- b) L'estimation du nombre de véhicules vendus en 2009 permet-elle de penser que l'objectif des ventes sera atteint ?

<u>Exercice 7</u>: Le gérant d'une salle de remise en forme vous demande de réaliser une étude permettant de prévoir la rentabilité de son centre en 2022, en suivant les étapes suivantes :

En tenant compte de la quantité d'abonnements annuels réalisés entre 2014 et 2019, vous devrez prévoir le nombre d'abonnements annuels que le gérant peut espérer réaliser en 2022.

Le tableau ci-dessous regroupe les nombres d'abonnements annuels réalisés entre 2014 et 2019.

Année	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Rang de l'année $x$	1	2	3	4	5	6
Nombre d'abonnements annuels réalisés $y$	306	314	328	339	332	340

- 1. Représenter cette série statistique par un nuage de points dans un repère orthogonal du plan.
- 2. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage de points.
- 3. Montrer que l'équation de la droite d'ajustement du nuage de points est y = 6.7x + 303.
- 4. a) Placer le point G et tracer la droite d'ajustement dans le repère.
- b) Préciser si le point moyen G appartient à cette droite.
- 5. a) Déterminer graphiquement le nombre d'abonnements annuels prévisibles pour 2022.
- b) Vérifier le résultat par un calcul.

Exercice 8: Le tableau suivant indique l'évolution des prix d'un paquet de 20 cigarettes blondes de 1995 à 2002.

Année	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang $(x_i)$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Prix en euros $(y_i)$	2,36	2,59	2,74	2,94	2,96	3,05	3,20	3,60	3,90	5,00

- 1. Représenter cette série statistique par un nuage de points dans un repère orthogonal du plan.
- 2. On ajuste le nuage de points par une droite.
- a) Tracer la droite d'ajustement.
- b) Déterminer l'équation de la droite d'ajustement qui est de la forme y = ax + b.
- 3. En utilisant la droite d'ajustement affine, déterminer graphiquement le prix prévisible d'un paquet de cigarettes en 2005.
- 4. En utilisant l'équation de la droite y = 0.15x + 2.25, estimer le prix d'un paquet de cigarettes en 2014.
- 5. En fait le prix d'un paquet de cigarettes était de 7,00  $\in$  en 2014.
- On cherche un autre ajustement et on se propose d'utiliser le changement de variable suivant :  $z=\sqrt{y}$ .
- a) Recopier la deuxième ligne du tableau et y ajouter une ligne avec z.
- b) À l'aide de la calculatrice, déterminer un ajustement affine de z en fonction de x par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis au millième).
- c) En déduire qu'une approximation du prix y d'un paquet de cigarettes, en fonction du rang x

<u>Exercice 9</u>: Les statistiques de la sécurité routière ont montré qu'une diminution de la vitesse contribue à la baisse du nombre d'accidents, et aussi à la diminution de la consommation de carburant. Les consommations d'un modèle de véhicules particuliers à essence, entre 1998 et 2007, sont regroupées dans le tableau suivant :

Année	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang $x_i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Consommation $y_i$ (en L/100 km)	8,49	8,38	8,30	8,34	8,32	8,13	8,19	8,09	7,95	7,83

- 1. Réaliser le nuage de points M  $(x_i; y_i)$  dans un repère orthogonal du plan.
- 2. Déterminer les coordonnées, arrondies à 0,1, du point moyen G.
- 3. Placer le point G dans le repère précédent. Que remarque-t-on ?
- 4. On ajuste le nuage de points par une droite. Déterminer l'équation de la droite de tendance.
- 5. On cherche à estimer la consommation (en L/100 km), du modèle de véhicules particuliers à essence pour l'année 2008.
- a) Déterminer graphiquement cette consommation.
- b) Calculer cette consommation en utilisant l'équation de la droite  $y = 0.06 \ x + 8.56$ . Arrondir le résultat à 0.01.

Exercice 10 : Parmi les missions de l'entreprise IMLOG figure la gestion des besoins en photocopies.

Sur l'année 2009, le nombre de copies réalisées chaque mois a évolué de la manière suivante :

Mois (x)	1	2	3	4	5	6
Nombre de copie (y)	13 300	13 600	13 900	14 000	15 300	15 200
Mois (x)	7	8	9	10	11	12
Nombre de copie (y)	15 600	16 700	17 500	17 800	17 900	18 000

- 1. Réaliser le nuage de points M  $(x_i; y_i)$  dans un repère orthogonal du plan.
- 2. a) Calculer les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points.
- b) Placer le point G dans le repère.
- 3. a) Tracer la droite qui ajuste cette série chronologique.
- b) Montrer que l'équation de cette droite est y = 489x + 12556.
- 4. Le contrat de location du photocopieur impose un quota mensuel de 20 000 photocopies à ne pas dépasser.
- a) En admettant que l'évolution constatée en 2009 se poursuive en 2010, déterminer graphiquement le rang du mois auquel ce quota sera atteint.
- b) Déterminer, par le calcul, le nombre de photocopies que le secrétariat sera amené à faire en décembre 2010.

## Exercice 11 : Une entreprise fabrique des chaudières de deux types :

- des chaudières dites « à cheminée »,
- des chaudières dites « à ventouse ».

Le nombre de chaudières fabriquées lors des années précédentes est donné par le tableau suivant :

Rang de l'année : $x_i$	0	1	2	3	4	5
Nombre de chaudières fabriquées par milliers : $y_i$	15,35	15,81	16,44	16,75	17,19	17,30

- 1. Réaliser le nuage de points M  $(x_i; y_i)$  dans un repère orthogonal du plan.
- 2. a) Calculer les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points.
- b) Placer le point G dans le repère.
- 3. a) À l'aide d'une calculatrice, déterminer une équation de la droite de régression de y en x, sous la forme y=ax+b, où a sera arrondi à  $10^{-3}$  et b sera arrondi à l'unité.
- b) Tracer la droite de régression dans le repère précédent.
- 4. En supposant que la tendance observée se poursuive pendant deux années, estimer le nombre de chaudières qui seront fabriquées l'année de rang 7.

# Exercice 12:

Le tableau suivant donne dans une population féminine, la moyenne de la tension artérielle maximale en fonction de l'âge.

Rang de l'âge	1	2	3	4	5	6
Age en années $x_i$	36	42	48	54	60	66
Tension maximale $y_i$	11,8	13,2	14	14,4	15,5	15,1

#### Partie A : Droite de Mayer :

- 1. Représenter graphiquement le nuage de points de coordonnées ( $x_i$ ;  $y_i$ ) de cette série statistique dans un repère orthogonal. On graduera l'axe des abscisses à partir de 36 et l'axe des ordonnées à partir de 11.
- 2. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage et placer G sur le graphique.
- 3. On fractionne le nuage précédent en deux parties constituées respectivement par les points numérotés de 1 à 3 et ceux numérotés de 4 à 6. On note  $G_1$  et  $G_2$  les points moyens respectifs de ces deux parties du nuage de points.
- a) Calculer les coordonnées de  $G_1$  et  $G_2$ .
- b) Tracer la droite  $(G_1G_2)$ . La droite  $(G_1G_2)$  s'appelle droite de Mayer. On admet qu'elle constitue une bonne droite d'ajustement pour un nuage de points « étiré ».
- c) Vérifier que la droite  $(G_1G_2)$  a pour équation : y = 19x + 253.
- d) Vérifier que le point G appartient à la droite (G<sub>1</sub>G<sub>2</sub>).

C'est un résultat général : le point moyen G appartient dans tous les cas à la droite de Mayer (G<sub>1</sub>G<sub>2</sub>).

- 4. On admet que la droite de Mayer constitue un ajustement convenable du nuage de points précédent.
- a) Déterminer graphiquement, en faisant apparaître les traits de construction utiles, la tension artérielle maximale prévisible pour une personne de 70 ans.
- b) Vérifier le résultat précédent par le calcul en utilisant l'équation de la droite (G<sub>1</sub>G<sub>2</sub>).

# Partie B : Méthode des moindres carrés :

- 1. a) On décide de faire un ajustement affine de cette série à l'aide de la calculatrice. Déterminer l'équation de la droite D par la méthode des moindres carrés.
- b) Tracer la droite D dans le repère.
- 2. a) Déterminer la tension artérielle maximale prévisible pour une personne de 70 ans avec cette méthode.
- b) Comparer avec le résultat trouvé dans la partie A.
- 3. A l'aide de l'équation de D, déterminer par le calcul une estimation de l'âge d'une personne dont la tension est 16.

## Exercice 13:

Le thermostat intérieur d'une maison a été programmé pour obtenir une température constante.

La consommation journalière en gaz, en fonction de l'écart de température entre cette température et la température extérieure, est donnée dans le tableau suivant :

Écart de température(en °C)	15	16,5	17	18	19	19,5	20	20,5	21	22
Consommation de gaz(en kWh)	250	255	268	285	292	304	311	319	320	338

- 1. En utilisant la calculatrice, calculer les coordonnées du point moyen G.
- 2. Tracer le nuage de points. A-t-il une forme longiligne?
- 3. Tracer la droite d'ajustement affine, et donner l'équation y = ax + b de cette droite, a et b seront arrondis au dixième.
- 4. On admet que la droite d'ajustement affine constitue un ajustement convenable du nuage de points précédent.
- a) Déterminer graphiquement, en faisant apparaître les traits de construction utiles, la consommation de gaz prévisible pour un écart de température de 25°C.
- b) Vérifier le résultat précédent par le calcul en utilisant l'équation de la droite d'ajustement affine.